FABER-CASTELL

A.W.Faber-Castell Stein bei Nürnberg, Germany

FABER-CASTELL

15/73

Bitte besuchen Sie unseren Stand
auf der MNU-Lehrmittelausstellung
in Karlsruhe, 16.4.73 - 18.4.73

Rechenstab-Brief

Berichte und Anregungen für das Stabrechnen

Aus dem Inhalt

Verantwortliche Schriftleitung:

Dr. Peter Pirchan

Dieter v. Jezierski

Hinweis:

Der Castell-Rechenstab-Brief wird kostenlos an Interessenten verschickt. Weitere Druckschriften können angefordert werden.

Einsatz des Rechenstabes in der 7. Klasse des Gymnasiums (ein Versuch)

von Studiendirektor Wilhelm Dillmann

Dieser Versuch wurde im zweiten Halbjahr des Schuljahres 1969/70 am Labenwolf-Gymnasium Nürnberg durchgeführt, in einer Mädchenklasse des dritten Schuljahres. Verwendet wurde der **Castell-D-Stab Nr. 52/82** mit dem entsprechenden Demonstrationsstab.

Ich habe mich aus verschiedenen Gründen bereit erklärt, in meiner Klasse den Rechenstab versuchsweise einzuführen:

1. Selbstverständlich habe ich den Rechenstab schon viele Male in der 10. Gymnasialklasse durchgenommen, wo er lehrplanmäßig im Anschluß an die Logarithmen zu behandeln ist. Die Gelegenheit, in einer früheren Klasse mit ihm zu arbeiten, die die Logarithmen noch nicht kennt, hatte ich bisher nicht.

2. Ich halte seit neunzehn Jahren Rechenstabkurse an der Städt. Volkshochschule vor Erwachsenen. Auch unter diesen kennen manche keine Logarithmen. Es schien mir nicht ohne Reiz, einmal zu sehen, wie sich Schulpflichtige verhalten, wenn sie den Rechenstab ohne logarithmische Vorkenntnisse vorgestellt bekommen.

3. Der Vergleich der erwachsenen Hörer an der Volkshochschule mit den jugendlichen Schülerinnen des Gymnasiums ist für mich weiterhin interessant, weil es sich bei ersteren um Leute handelt, die den Rechenstab in ihrem Beruf brauchen und die eine systematische Anleitung dazu erwarten, während letztere den Rechenstab zunächst höchstens bei ihrem Vater oder bei älteren Geschwistern gesehen haben, ohne zu wissen, wozu er eigentlich gut ist.

Ziel und Zweck meines Versuches lagen demnach für mich auf der Hand: Ich wollte das Verhalten der dafür ausgewählten Altersstufe beobachten und nebenher Möglichkeiten einer Anwendung des Rechenstabes beim numerischen Rechnen dieser Klasse finden. Dabei mußte sich erreichen lassen, daß man zu jeder Aufgabensorte mehr Beispiele als bisher bringt — also auch den Ansatz öfter als bisher üben kann — weil das Durchrechnen weniger Zeit braucht und letztlich weniger Mühe macht, wenn man den Rechenstab als Hilfsmittel dazu benützt.

Die 7. Klasse (drittes gymnasiales Jahr) erwies sich für mein Vorhaben als besonders günstig, weil in ihr die Buchstabenrechnung beginnt: Das numerische Rechnen ist nicht mehr wie in den Jahren vorher Selbstzweck, sondern nur noch Mittel zum Zweck — wenn etwa in einer Aufgabe bestimmte Zahlen einzusetzen sind oder wenn ein Zahlenbeispiel auszuwerten ist oder wenn sonst irgendeine Nebenrechnung nötig wird.

Mein Verfahren bei der Einführung des Rechenstabes sah folgendermaßen aus: Ich zeigte den Schülerinnen, daß man mit zwei gewöhnlichen Maßstäben addieren bzw. subtrahieren kann, wobei die Zahlen als Strecken genommen werden und diese aneinanderzufügen bzw. voneinander abzuziehen sind. Anschließend zeichnete ich „neue, besondere Maßstäbe" auf (nämlich logarithmische Maßstäbe, ohne daß ich diesen Namen verwendete) und zeigte, daß man durch Zusammenfügen bzw. Abziehen der dort den Zahlen entsprechenden Strecken Multiplikationen bzw. Divisionen ausführen kann. Ich sagte den

Schülerinnen, daß mit diesen neuartigen Maßstäben die Punktrechnungsarten auf die Strichrechnungsarten zurückgeführt werden können und daß bei gegenseitigem Schieben solcher Maßstäbe überhaupt keine Rechnungen gemacht zu werden brauchen. Auf die Erwähnung des Prinzips der Streckenaddition bzw. -subtraktion als Grundlage des Stabrechnens wollte ich nicht verzichten. Andernfalls müßte man zum Rechenstab eine reine Gebrauchsanweisung geben, ohne irgendeinen Hintergrund aufzuzeigen. So primitiv möchte ich auf dieser Altersstufe aber nicht vorgehen, besonders nicht in einer Gymnasialklasse.

Die einzelnen Schritte meiner Rechenstabeinführung erfolgten in der gleichen Art, wie ich sie auch bei den Erwachsenen vornehme:

Zunächst weise ich vor, daß die „Maßstäbe" auf dem Rechenstab jenen obenerwähnten neuartigen Maßstäben entsprechen. Sodann erfolgen Ableseübungen auf dem Rechenstab.

Dabei traten bei den Schülerinnen der Versuchsklasse keine besonderen Schwierigkeiten auf; ich mußte lediglich den Skalenbereich zwischen zwei und vier eingehender üben, weil dort das Teilungsbild für den Anfänger zunächst ungewohnt ist. Nun folgt die Behandlung der Grundrechnungsarten, jeweils durch Stellungsskizzen an der Tafel und am Demonstrationsrechenstab verdeutlicht. Die „Grundstellungen" zu den einzelnen Rechnungsarten mußten die Schülerinnen selbstverständlich auch in ihre Hefte zeichnen. Daran schlossen sich Bruchausdrücke ($\frac{a \cdot b}{c}$), Dreisatzaufgaben und Verhältnisgleichungen an.

Weiter bin ich im vergangenen Schuljahr nicht gekommen, denn ich konnte von vier Wochenstunden nur eine dem Rechenstab widmen, mußte diese aber wegfallen lassen, wenn eine schriftliche Prüfungsarbeit aus dem eigentlichen Lehrstoff der Klasse fällig war.

Immerhin konnte ich als Ergebnis feststellen: **Die Einführung des Rechenstabes in einer Schulklasse gelingt auch, ohne daß die Schüler vorher die Logarithmen kennengelernt haben.** Sie rechnen mit dem Stab durchaus unvoreingenommen und stoßen sich dabei keineswegs daran, daß ihnen nicht der ganze mathematische Hintergrund des Stabrechnens aufgezeigt wird. Sie vermissen solche Hintergründe offensichtlich gar nicht, denn sie sehen ja fast täglich, daß man heutzutage auch andere Hilfsmittel verwendet, ohne ihre genaue Wirkungsweise zu verstehen. Wenn das Stabrechnen einigermaßen eingeübt wird, also bei den Schülern „sitzt", rechnen sie auch sicher und machen weniger Fehler als bei den üblichen schriftlichen Nebenrechnungen.

Im neuen Schuljahr setze ich die begonnenen Rechenstab-Stunden mit denselben Schülerinnen fort — sie sind jetzt 8. Klasse (4. Gymnasialjahr). Durchzunehmen sind vor allem noch: Mehrfachprodukte, längere Bruchausdrücke, Benutzung der CI-Teilung, Dreisatzaufgaben mit umgekehrtem Verhältnis. Wenn die Zeit reicht, möchte ich auch noch die quadratischen Teilungen behandeln.

Ich nehme an, daß in dieser Klasse künftig Beispiele zu irgendwelchen Problemen nicht mehr wegen des Durchrechnens gescheut werden, da dies ja durch den Rechenstab sehr erleichtert wird. Auch die Auswertung von Meßergebnissen physikalischer Schülerübungen dürften für diese Schülerinnen künftig keine zeitraubende Angelegenheit mehr sein.

Aufgrund der bisherigen Erfahrungen hoffe ich, daß es mit dem Rechenstab in dieser Klasse in späteren Jahren nicht so geht wie mit der Kurzschrift — fast alle Schülerinnen schreiben Entwürfe zu deutschen Aufsätzen und dergleichen in Kurrentschrift mit der Begründung, sie könnten ihr Stenogramm nicht lesen. — Im Gegenteil, ich erwarte, daß die Schülerinnen den Rechenstab bei jeder sich bietenden Gelegenheit auch wirklich benützen, ohne eigens dazu aufgefordert zu werden, daß sie dieses einfache und doch so vielseitige Rechenhilfsmittel stets zur Hand nehmen, ebenso selbstverständlich, wie sie in der Geometrie Zeichengeräte oder im Fremdsprachenunterricht Wörterbücher verwenden.

Wir werden später darüber berichten, ob sich unsere Annahmen und Hoffnungen verwirklicht haben.

Umwandlung der Schreibweise komplexer Zahlen auf dem Rechenstab Novo-Duplex 2/83 N

von Dr. Möller, HfT Bremen

1. **Schreibweise komplexer Zahlen**

$z = a + jb$
Komponentenform

$= r\,(\cos\varphi + j\sin\varphi)$
trigonometrische Form

$= r \cdot e^{j\varphi}$
Exponentialform

2. **Anwendung** (der Schreibweise)

Die Komponentenform ist geeignet bei Addition, Subtraktion

Die Exponentialform ist geeignet bei Multiplikation, Division, Potenzieren, Radizieren

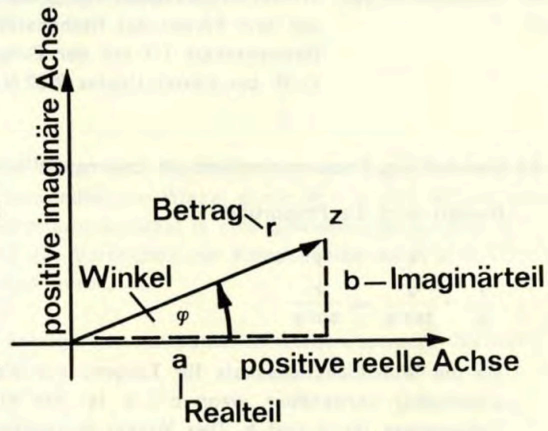


Abb. 1

Die trigonometrische Form ist geeignet als Zwischenglied bei der Umwandlung der verschiedenen Schreibweisen.

3. **Umwandlung der Schreibweise**

3.1 Allgemeiner Zusammenhang

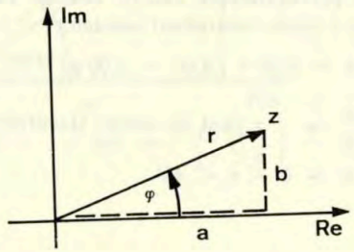


Abb. 2

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\tan\varphi = \frac{b}{a}$$

Die Mehrdeutigkeit des Winkels φ bei gegebenem $\tan\varphi$ muß durch eine Überlegung am Einheitskreis beseitigt werden.

$$\tan\varphi = \frac{b}{a} \qquad \frac{a}{\sin(90^0-\varphi)} = \frac{b}{\sin\varphi} = \frac{r}{\sin 90^0} \quad \text{(Sinussatz)}$$

$$\sin\varphi = \frac{b}{r}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{\frac{1}{a}}{\tan\varphi} = \frac{\frac{1}{r}}{\sin\varphi} \qquad r = \frac{a}{\sin(90^0-\varphi)} = \frac{b}{\sin\varphi} = \frac{a}{\cos\varphi} = \frac{b}{\cos(90^0-\varphi)}$$

Diese Proportionen ermöglichen eine bequeme Rechnung mit Zahlen auf dem **Rechenstab.** Hierzu eignen sich besonders die Rechenstab-Modelle Castell-Duplex 2/82 N und Castell Novo-Duplex 2/83 N.

4. Umwandlung der Schreibweise komplexer Zahlen auf dem Rechenstab

4.1 Voraussetzungen: Winkelfunktionsskala für Sinus/Cosinus und Tangens/Cotangens auf dem Körper des Rechenstabes
Reziprokskala 1/x auf der Zunge des Rechenstabes
(z. B. bei Castell-Duplex 2/82 N und Novo-Duplex 2/83 N).

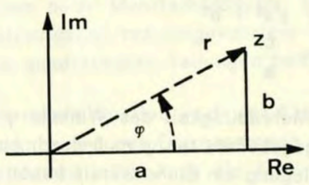
4.2 Umwandlung Komponentenform → Exponentialform

Benützt wird die Proportion

$$\frac{1}{b} = \frac{\frac{1}{a}}{\tan\varphi} = \frac{\frac{1}{r}}{\sin\varphi}$$

Da die Winkelfunktionsskala für Tangens nur bis 45^0 reicht, ist diese Proportion unmittelbar verwendbar, wenn $b < a$. Ist das nicht der Fall, vertauscht man die Zahlenwerte für a und b. Den Winkel φ ermittelt man aus der Beziehung $\varphi = 90^0 - \varphi^*$ oder benützt bei der Ermittlung des Winkels die Cotangensskala. Die Bestimmung von r bleibt von der Vertauschung unbeeinflußt.
Unabhängig hiervon muß die Mehrdeutigkeit der Tangensfunktion durch eine Überlegung am Einheitskreis beseitigt werden.

Verfahren (Merkbeispiel) (a, b, r sind pythagoräische Zahlen, deshalb kann das Ergebnis für r leicht kontrolliert werden.)



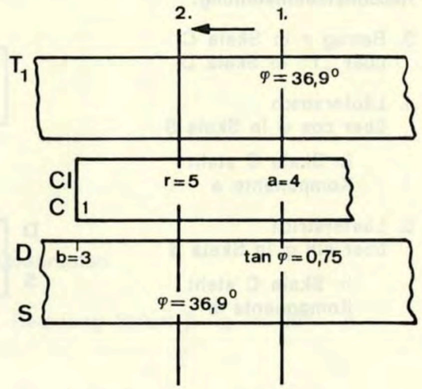
$$z = a + jb = 4{,}00 + j\,3{,}00 = 5{,}00\,e^{j\,36{,}9^0}$$

1. $a > 0$, $b > 0$ → z liegt im ersten Quadranten
2. $b < a$ → $0^0 < \varphi < 45^0$

Abb. 3

Rechenstabeinstellung:

3. die kleinere Komponente (b) in Skala D
4. die „1" der Skala C darüber
5. Läuferstrich über die andere Komponente (a) in Skala CI
   in Skala D steht $\frac{b}{a} = \tan\varphi$
   in Skala T_1 steht φ
6. Läuferstrich über φ in Skala S
   in Skala CI steht r



4.3 Umwandlung Exponentialform → Komponentenform

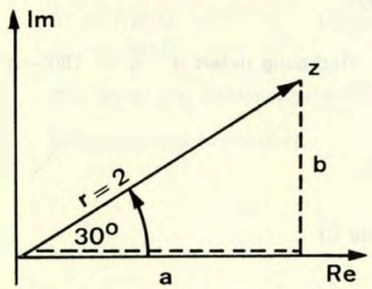
Benutzt wird die Proportion:

$$\frac{r}{1} = \frac{a}{\cos\varphi} = \frac{b}{\sin\varphi}$$

Da die Winkelfunktionsskalen für Sinus- und Cosinusfunktion nur bis $\pm\,90^0$ reichen, ist die Proportion unmittelbar verwendbar für Winkel φ mit $0^0 < \varphi < \pm\,90^0$. Ist das nicht der Fall, muß die Exponentialform zunächst in eine Schreibweise mit $0^0 < \varphi < \pm\,90^0$ zurückgeführt werden und das Vorzeichen der Komponenten durch eine Überlegung am Einheitskreis bestimmt werden.

Das bedeutet, Vorzeichen und Beträge der Komponenten werden getrennt bestimmt.

Verfahren (Merkbeispiel)



$$z = 2{,}00 \cdot e^{j\,30^0} = 2{,}00\,(\cos 30^0 + j\sin 30^0)$$
$$= 2{,}00\,(\tfrac{1}{2}\sqrt{3} + j\tfrac{1}{2})$$
$$= \sqrt{3} + j\,1{,}00$$
$$= 1{,}73 + j\,1{,}00$$

1. $0^0 < \varphi < 90^0$ → $\left\{\begin{matrix} a > o \\ b > o \end{matrix}\right\}$ z liegt im ersten Quadranten

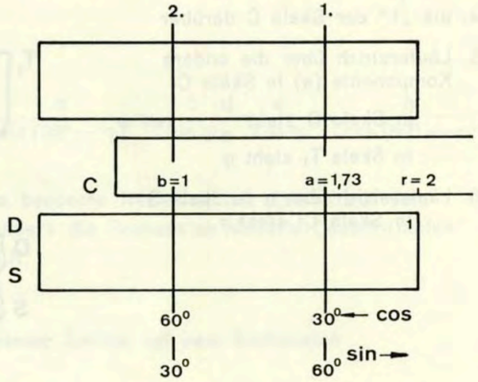
2. keine Umschreibung vor Benutzung des Rechenstabes

Rechenstabeinstellung:

3. Betrag r in Skala C über „1" in Skala D
4. Läuferstrich über cos φ in Skala S

   in Skala C steht Komponente a
5. Läuferstrich über sin φ in Skala S

   in Skala C steht Komponente b

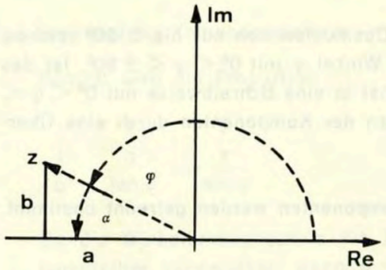


stets D „1" am Stabende benutzen; die Komponenten sind stets kleiner als r

5. **Anwendungen**

Beispiel 1

$$z = a + jb = -4{,}00 + j\,2{,}00 = 4{,}47\,e^{j\,153{,}5^0}$$



1. $\left.\begin{array}{l} a < o \\ b > o \end{array}\right\}$ → z liegt im zweiten Quadranten
2. $b < a$ → $135^0 < \varphi < 180^0$ Rechnung liefert α $\varphi = 180^0 - \alpha$

Rechenstab-Einstellung

3. die kleinere Seite (b) in Skala D
4. die „1" der Skala C darüber
5. Läuferstrich über die andere Seite (a) in Skala CI

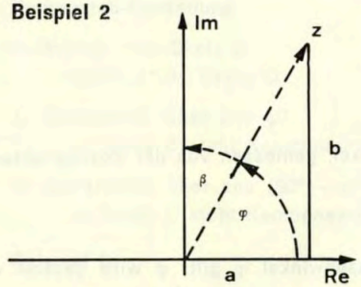
   in Skala D steht $\frac{b}{a} = \tan\alpha = 0{,}50$

   in Skala T steht $\alpha = 26{,}55^0 \rightarrow \varphi = 153{,}5^0$
6. Läuferstrich über φ in Skala S

   in CI steht $r = 4{,}47$

Beispiel 2

$$z = a + jb = 3{,}00 + j\,4{,}00 = 5{,}00\,e^{j\,53{,}1^0}$$



1. $\left.\begin{array}{l} a > o \\ b > o \end{array}\right\}$ → z liegt im ersten Quadranten
2. $b > a$ → $45^0 < \varphi < 90^0$ Rechnung liefert β $\varphi = 90^0 - \beta$

Rechenstab-Einstellung

3. kleinere Seite (a) in Skala D
4. die „1" der Skala C darüber
5. Läuferstrich über die andere Seite (b) in Skala CI

   in Skala D steht $\frac{a}{b} = \tan\beta = 0{,}75$

   in Skala T steht $\beta = 36{,}9^0$ (schwarze Zahl) oder $\varphi = 53{,}1^0$ (rote Zahl)
6. Läuferstrich über β (schwarze Zahl) in Skala S

   in Skala CI steht $r = 5{,}00$

   o d e r Läuferstrich über φ (rote Zahl) in Skala S

   in Skala CI steht $r = 5{,}00$

Beispiel 3 Zusammensetzung von Wirk- und Blindkomponenten der Operatoren von Wechselstromwiderständen und Wechselstromleitwerten.

Die Berechnung beschränkt sich immer auf Winkel $0^0 < \varphi < 90^0$.

Ein Wechselstromwiderstand habe die Komponenten:

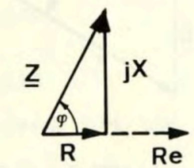
$R = 120\,\Omega$ Lösung: $\varphi = 68{,}2^0$

$\omega L = 300\,\Omega$ $Z = 323\,\Omega$

Wie lautet die Zahlenangabe für den Scheinwiderstand Z in der Form $\underline{Z} = e^{j\,\varphi}$

Komponentenschreibweise $\underline{Z} = R + jX$

$= (120 + j\,300)\,\Omega$



1. $\left.\begin{array}{l} \text{Realteil} > 0 \\ \text{Imaginärteil} > 0 \end{array}\right|$ → $\underline{Z}$ liegt im 1. Quadranten (φ positiv von R gezählt)
2. Imaginärteil > Realteil → $45^0 < \varphi < 90^0$ → es gelten **rote** Winkel

Rechenstab-Einstellung

3. 120 in D
4. C „1" darüber
5. Läuferstrich über CI 300
   in T_1 $\varphi = 68{,}2^0$ (das ist der Winkel, gemessen von der Bezugsrichtung)
6. Läuferstrich über
   in CI $r = 323$

B e a c h t e : Für den elektrotechnischen Phasenwinkel φ gilt: φ wird gezählt von I nach U.

Kurzregel

1. kleineren Wert in D
2. C „1" darüber
3. Läuferstrich CI über größeren Wert
   in T_1 steht Winkel φ
4. Läuferstrich über φ in S
   in CI steht Betrag Z

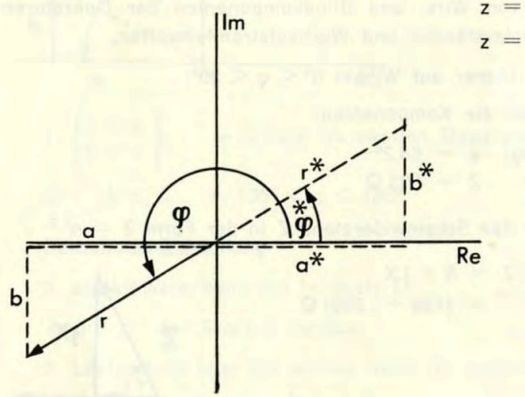
$\left.\begin{array}{l} \text{in } T_1 \text{ steht Winkel } \varphi \\ \text{4. Läuferstrich über } \varphi \text{ in S} \\ \text{in CI steht Betrag Z} \end{array}\right\}$ rote Zahlen wenn $\mathrm{Im} > \mathrm{Re}$; schwarze Zahlen wenn $\mathrm{Re} > \mathrm{Im}$

Ergänzende Hilfen:

1. Ist eine Zahl kleiner als 0,1 der anderen, bleibt sie bei der Berechnung des Betrages unberücksichtigt, wenn eine Rechengenauigkeit von 1% ausreicht.
2. Für Winkel **unter 5,5°** entsprechend $\tan \varphi < 0{,}1$ wird an Stelle der Skala T die **Skala ST** benutzt.

Beispiel 4

$$z = r \cdot e^{j\varphi}$$
$$z = 5{,}84 \cdot e^{j\,210{,}9^0} = -5{,}00 - j\,3{,}00$$



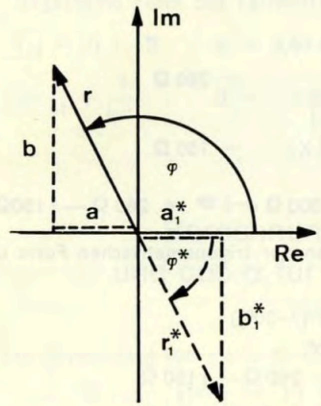
1. $180^0 < \varphi < 270^0 \rightarrow \left\{\begin{array}{l} a < 0 \\ b < 0 \end{array}\right\}$
2. Umschreibung $z^* = r^* \cdot e^{j\varphi^*} = 5{,}84\, e^{j\,30{,}9^0}$ dann $a^* = -a$, $b^* = -b$

Rechenstab-Einstellung

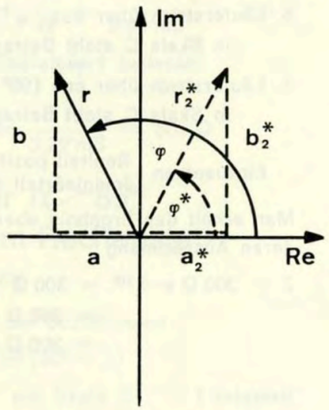
3. Betrag r^* in Skala C
   über „1" in Skala D
4. Läuferstrich über $\cos \varphi^*$
   in Skala C steht Komponente $a^* = 5{,}00$ dann $a = -a^* = -0{,}50$
5. Läuferstrich über $\cos (90^0 - \varphi^*)$ oder $\sin \varphi^*$
   in Skala C steht Komponente $a^*_2 = 3{,}00$ dann $b = -b^* = -0{,}30$

Beispiel 5

$$z = r \cdot e^{j\varphi} = 4{,}47\, e^{j\,116{,}6^0} = -2{,}00 + j\,4{,}00$$



oder



1. $90^0 < \varphi < 180^0 \rightarrow \left\{\begin{array}{l} a < o \\ b > o \end{array}\right\}$
2. Umschreibung $z^*_1 = 4{,}47\, e^{-j\,63{,}4^0}$ o d e r $z^*_2 = 4{,}47\, e^{+j\,63{,}4^0}$

dann $\left\{\begin{array}{l} a = -a^*_1 \\ b = -b^*_1 \end{array}\right\}$ dann $\left\{\begin{array}{l} a = -a^*_2 \\ b = b^*_2 \end{array}\right\}$

für die weitere Rechnung gewählt

Rechenstab-Einstellung

3. Betrag r in Skala C
   über „1" in Skala D
4. Läuferstrich über $\cos \varphi^*$
   in Skala C steht Komponente $a^*_2 = 2{,}00$ dann $a = -2{,}00$
5. Läuferstrich über $\cos (90^0 - \varphi^*)$ oder $\sin \varphi^*$
   in Skala C steht Komponente $b^*_2 = 4{,}00$ dann $b = 4{,}00$

Beispiel 6 Zerlegung eines komplexen Wechselstromwiderstandes in Wirk- und Blindkomponente des Widerstandsoperators.

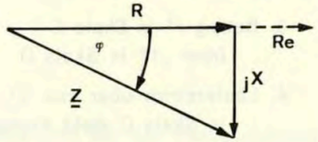
Die Rechnung beschränkt sich auf Umrechnungen der Exponentialschreibweise in Komponentenschreibweise mit $0^0 < \varphi < \pm 90^0$.

Der Wechselstromwiderstand sei gegeben

$\underline{Z} = 300\,\Omega \cdot e^{-j\,30} = Z \cdot e^{j\varphi} = R + j\,X$

1. $\pm\, 0^0 < \varphi \pm 90^0 \rightarrow \left\{\begin{matrix}\text{Realteil} > 0 \\ \text{Imaginärteil} < 0\end{matrix}\right\}$

2. Umschreibung nicht nötig



Rechenstab-Einstellung

3. Betrag Z in Skala C über „1" der Skala D

4. Läuferstrich über cos $|\varphi|$ in Skala C steht Betrag des Realteils $|R|$ $= 260\,\Omega$

5. Läuferstrich über cos $(90^0 - |\varphi|)$ oder sin $|\varphi|$ in Skala C steht Betrag des Imaginärteils $|X|$ $= 150\,\Omega$

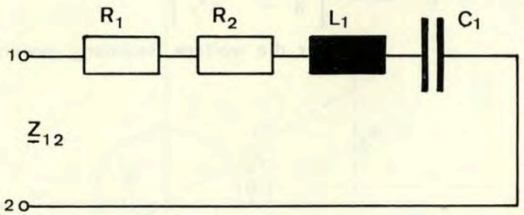
Einzusetzen Realteil positiv Imaginärteil negativ $\quad \underline{Z} = 300\,\Omega\, e^{-j\,30^0} = 260\,\Omega - j\,150\Omega$

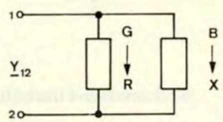
Man erhält das Ergebnis ebenso durch Anschreiben der trigonometrischen Form und deren Ausrechnung

$$\underline{Z} = 300\,\Omega\, e^{-j\,30^0} = 300\,\Omega\,(\cos(-30^0) + j \sin(-30^0))$$
$$= 300\,\Omega\,(\cos 30^0 - j \sin 30^0)$$
$$= 300\,\Omega\,(0{,}866 - j\,0{,}500) = 260\,\Omega - j\,150\,\Omega$$

Beispiel 7

Für die Reihenschaltung aus R_1, R_2, L_1 und C_1 ist der Leitwert $\underline{Y}_{12}$ der Parallelersatzschaltung in Komponentenform anzugeben und durch Scheinwiderstände zu realisieren.





Werte $\quad R_1 = 100\,\Omega \;|\; f = 50\,\text{Hz} \qquad R = 263\,\Omega$

$R_2 = 50\,\Omega \;| \qquad X = 304\,\Omega \rightarrow L = 0{,}97\,\text{H}$

$\omega L_1 = 150\,\Omega \;|\; L_1 = 0{,}447\,\text{H}$

$\dfrac{1}{\omega C_1} = 20\,\Omega \;|\; C_1 = 159\,\mu\text{F}$

$\underline{Z}_{12} = R_1 + R_2 + j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C_1}$ Addition in Komponentenform

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{12} = \;& 100\,\Omega + j\;\;\;0\,\Omega \\ +\;& 50\,\Omega + j\;\;\;0\,\Omega \\ &\quad\;\; + j\,150\,\Omega \\ &\quad\;\; - j\;\;20\,\Omega \\ \hline \underline{Z}_{12} = \;& 150\,\Omega + j\,130\,\Omega\end{aligned}$$

in Exponentialform: $\underline{Z}_{12} = 198\,\Omega\, e^{j\,40{,}9^0}$

$\underline{Y}_{12} = \dfrac{1}{\underline{Z}_{12}}$ Division in Exponentialform

$= \dfrac{1}{198\,\Omega\, e^{j\,40{,}9^0}} = 5{,}03\ \text{mS}\; e^{-j\,40{,}9^0}$ in Komponentenform: $\underline{Y}_{12} = 3{,}80\ \text{mS} - j\,3{,}29\ \text{mS}$

Allgemeine Form des Leitwerts:

$\underline{Y}_{12} = G + j\,B \qquad G = 3{,}80\ \text{mS} \qquad$ dazu $R = \dfrac{1}{G} = \dfrac{1}{3{,}80\ \text{mS}} = 263\,\Omega$

$= \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{j\omega L} \qquad B = -3{,}29\ \text{mS} \qquad$ negativer Blindleitwert bedeutet Induktivität

$\omega L = \dfrac{1}{B} = \dfrac{1}{3{,}29\ \text{mS}} = 304\,\Omega$

Berechnung von sin α für $\alpha > 85^0$ und cos α für $\alpha < 5^0$ mit dem Rechenstab

von Prof. Siegfried Petry

1. Zur Berechnung von sin α für $\alpha > 85^0$ benutzt man die Beziehungen

$$\sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha} = \sqrt{1 - \sin^2(90^0 - \alpha)}$$

Beispiel: $\sin 88{,}4^0 = \sqrt{1 - \sin^2 1{,}6^0}$ $\quad$ sin $1{,}6^0$ mit Skala ST

$= \sqrt{1 - 0{,}0279^2}$ $\quad$ $0{,}0279^2$ mit Skalen D-A oder W-D

$= \sqrt{1 - 0{,}00078}$

und mit Hilfe der Näherung $\sqrt{1 - \varepsilon} \approx 1 - \dfrac{\varepsilon}{2}$

$\sin 88{,}4^0 = 1 - 0{,}00039 = 0{,}999\,61$

2. Zur Berechnung von cos α für $\alpha < 5^0$ benutzt man die Beziehung

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha}$$

Beispiel: $\cos 0{,}94^0 = \sqrt{1 - \sin^2 0{,}94^0}$

$= \sqrt{1 - 0{,}000\,269}$ und mit Hilfe der oben angegebenen Näherung

$= \sqrt{1 - 0{,}000\,134} = 0{,}999\,866$

Die Genauigkeit wird nicht durch die Genauigkeit der benutzten Näherung, sondern durch die der Skala ST begrenzt und hängt von der Größe des Winkels ab. Im ungünstigsten Fall (für sin 85^0 bzw. cos 5^0) liefert das Verfahren 4 gesicherte Stellen nach dem Komma. In den beiden angegebenen Beispielen ist die Genauigkeit größer als bei einer 5stelligen Tafel.

Berechnung von $\sqrt{1 - u^2}$ für $u < 0{,}1$

von Prof. Siegfried Petry

Für $0{,}1 < u < 0{,}955$ kann der Ausdruck $\sqrt{1 - u^2}$ bekanntlich mit Hilfe der pythagoreischen Skala P berechnet werden.

Für $u < 0{,}1$ benutzt man mit Vorteil die Näherung

$$\sqrt{1-u^2} \approx 1 - \frac{u^2}{2}$$

Beispiel: $\sqrt{1-0{,}083^2} \approx 1 - \frac{0{,}083^2}{2}$ — $0{,}083^2$ wird mit den Skalen D/A oder W/D berechnet.

$$\approx 1 - \frac{0{,}0069}{2} = 1 - 0{,}0034$$

$$\approx 0{,}9966$$

Die Genauigkeit der angegebenen Näherungsformel ist für $u < 0{,}1$ besser als 0,025‰; die angegebenen 4 Stellen sind also gesichert:

$$\sqrt{1-0{,}083^2} = 0{,}9966$$

Berechnung des gleichwertigen (hydraulischen) Durchmessers D_g mit logarithmischem Rechenstab

von Dipl.-Ing. Heinrich Rötscher-Berlin, Dozent für Lüftungs- und Klimatechnik

In der Strömungstechnik, insbesondere bei der Berechnung der Rohrreibung von Rechteck-Querschnitten, benutzt man den gleichwertigen oder hydraulischen Durchmesser D_g. Die Diagramme, Nomogramme oder Wertetabellen für die Rohrreibung sind aber für kreisrunde Rohre aufgestellt, da diese untereinander vollkommen geometrisch ähnlich sind. Wenn man nun bei rechteckigen Kanal-Querschnitten diese Unterlagen verwenden will, so muß eine passende Umrechnung von eckig auf rund erfolgen. Bei dieser Umrechnung muß der **hydraulische Radius** des eckigen Querschnitts ($A_{eckig} : U_{eckig}$) gleich dem des runden Querschnitts ($A_{rund} : U_{rund}$) sein. Man kann dies auch so ausdrücken, daß das Flächenverhältnis gleich dem Umfangverhältnis sein muß:

$$A_{eckig} : U_{eckig} = A_{rund} : U_{rund}$$

oder $A_{eckig} : A_{rund} = U_{eckig} : U_{rund}$

$$a \cdot b : \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 2\,(a + b) : \pi \cdot D$$

Daraus $D = D_g$ = gleichwertiger Durchmesser:

$$D_g = \frac{2\,a \cdot b}{a+b} = \frac{4\,A}{U}$$

Es bedeuten: a und b die Seiten des Rechteck-Kanals, der eine Querschnittfläche $A = a \cdot b$ in m² hat.

Diese Gleichung kann wegen der Summe $a + b$ im Nenner nicht ausschließlich mit dem logarithmischen Rechenschieber gelöst werden. — Führt man nun ein:

$a : b = n$, wobei $b > a$, so ist $a = n \cdot b$ und

$$D_g = \frac{2\,n \cdot b \cdot b}{n \cdot b + b} = \frac{n \cdot 2 \cdot b}{n+1}$$

1. Operation: $n = a : b < 1$ auf Rechenschieber bilden und im Kopf den Wert 1 zu n addieren, was keine Schwierigkeiten bereitet, da anstatt $n = 0, \ldots$ geschrieben wird $n + 1 = 1, \ldots$

2. Operation: $n \cdot 2$. Der auf dem Rechenschieber schon eingestellte Wert von n wird nur mit 2 multipliziert.

3. Operation: $(n \cdot 2) \cdot b$. Es ist nur noch weiter mit der längeren Rechteckseite b zu multiplizieren. Ergebnis: Wert des Zählers.

4. Operation: $(n \cdot 2 \cdot b) : (n + 1)$. Der Wert des Zählers ist nunmehr nur noch durch den aus der 1. Operation gefundenen Wert von $n + 1 = 1, \ldots$ zu dividieren.

B e i s p i e l : a = 380 mm; b = 650 mm.

Gesucht: D_g = ? mm

Lösung: $a : b = n = 0{,}585$; $n + 1 = 1{,}585$

C	650	10
D	380	0,585 (1,585)

a : b = n (n + 1)

D 380 | C 650 ‖ C 10 | D 0,585, 1,585

$$D_g = \frac{n \cdot 2 \cdot b}{n+1} = \frac{0{,}585 \cdot 2 \cdot 650}{1{,}585} = \frac{380 \cdot 2}{1{,}585} = 480 \text{ mm}$$

C	1,585	2
D	380	480

a : (n + 1) x 2 = D_g

D 380 | C 1,585 ‖ C 2 | D 480

Beide Rechnungen werden also mit einer Läufer-Einstellung vorgenommen. Man bringt C 650 über D 380, liest bei C 10 auf D den Wert 0,585 ab und zählt 1 hinzu. Nun bringt man C 1,585 unter den Läuferstrich (bei D 380) und liest bei C 2 das Ergebnis 480 mm auf D ab.

Bei dem Weiterarbeiten mit dem gleichwertigen Durchmesser D_g ist zu beachten, daß in dem (fiktiven) Rohr von D_g mm Durchmesser das Medium, z. B. Luft oder Wasser, mit derselben mittleren Geschwindigkeit $\overline{v}$ in m/s wie in dem eckigen Kanal fließt. Der Volumenstrom V_s in m³/s durch das D_g-Rohr darf nicht verwendet werden! — Es ist nur der Volumenstrom V_s im Rechteck-Kanal aufgrund der Kontinuitätsgleichung gültig:

$V_s = A_{eckig} \cdot \overline{v}$ in m² · m/s = m³/s.

Wenn die Berechnung von D_g häufiger vorkommt, so läßt sich der Rechengang mit Hilfe eines einfachen, selbstgefertigten Sonder-Rechenschiebers mit nur e i n e r Einstellung lösen. Tabellenschieber-Entwurf siehe Seite 19.

Mit diesem Sonder-Rechenschieber läßt sich D_g bei Rechteck-Kanälen für alle Zwischengrößen von 50 x 50 bis 2000 x 2000 mm stufenlos(!) bestimmen. Die Überlegungen für die Konstruktion sind dieselben wie eingangs angegeben. Nur wird ein Faktor f in der umgeformten Gleichung für D_g benutzt:

$f = 2 \cdot n : (n + 1)$

$D_g = f \cdot b$

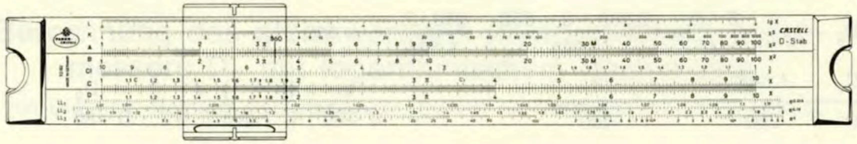
Der Faktor f ist in der nicht beschrifteten Skala oberhalb der D_g-Skala für zahlreiche Werte von n bzw. a : b programmiert enthalten. Anstatt mit f-Werten, die beim Rechnen nicht interessieren, wurde diese Skala mit a : b-Werten beschriftet und Leitlinien angeordnet.

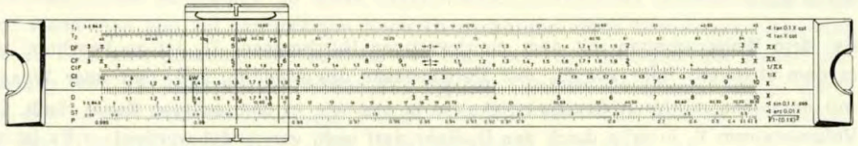
Die H a n d h a b u n g ist sehr einfach: Der Pfeil wird auf die längere Seite b eingestellt und dann unter der Skala für a (kürzere Seite) entlang den Leitlinien der Wert für D_g abgelesen. Ein Rechenfehler ist dabei ausgeschlossen.

Aus dem Hause FABER-CASTELL

Wußten Sie schon ...

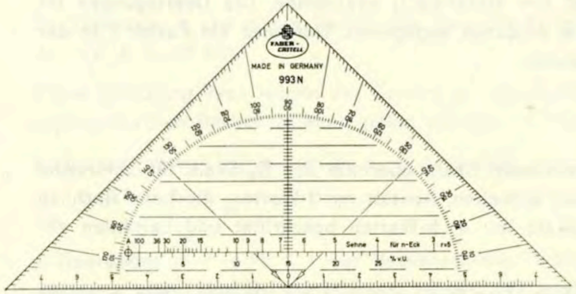
... daß der CASTELL-D-Stab Nr. 52/82, der inzwischen in seiner Skalenanordnung nachgeahmt wird, der **erste Schul-Rechenstab** war, der das System RIETZ mit versetzten Skalen, 3 auf der unteren Stabkörperwange angebrachten positiven Exponentialskalen und 4 trigonometrischen Skalen (auch 2. Tangensskala) vereinte.

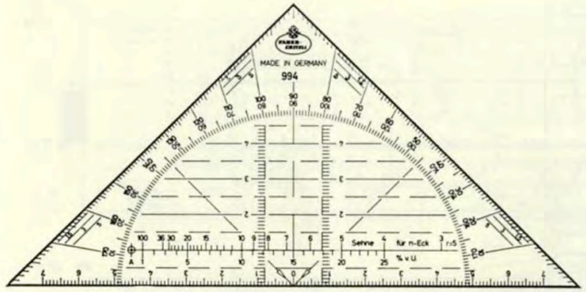




... daß die neue ZEICHENDREIECK-GENERATION von Faber-Castell schon viele Freunde gewonnen hat:

KOMBI-DREIECK Nr. 993 N das bekannte und beliebte Zeichendreieck für den Geometrie-Unterricht in der Schule mit Parallel-Lineal, Winkelmesser, Maßstab und Vieleckzeichner.
Hypotenuse 16 cm lang.

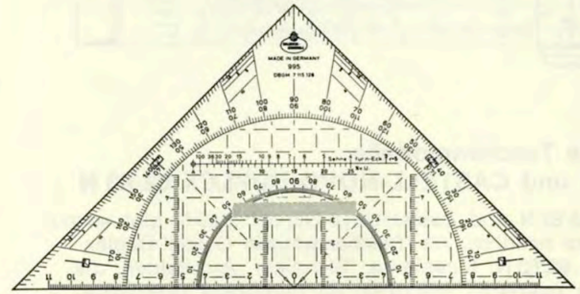




KOMBI-DREIECK Nr. 994 erweiterte Ausführung des 993 N, auch für das Zeichnen mit Tusche.

Hypotenuse 16 cm lang.

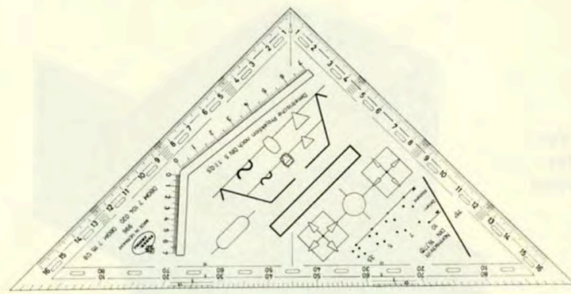
TEKA-DREIECK 995 mit abnehmbarem, umsteckbarem Griff, Anlageschuhen, (verhindern das Rutschen des Dreiecks unter die Kanten der Anlageschiene) und einem reichhaltigen, gut lesbaren Skalenbild:



- 3 Teilungen für Winkelgrade
- Abstandsmarkierungen für Schraffur 1,5; 3; 5; 10 mm
- Markierung des 45°-Winkels
- Marken für dimetrische Projektion
- Koordinatenskala
- Hilfsskalen zum Parallelenziehen im mm-Abstand

Hypotenuse 25 cm lang.

KOBÜ-DREIECK 996, vor allem für Berufsschulen, Fachoberschulen und Fachhochschulen. Konstruktion wie 995.

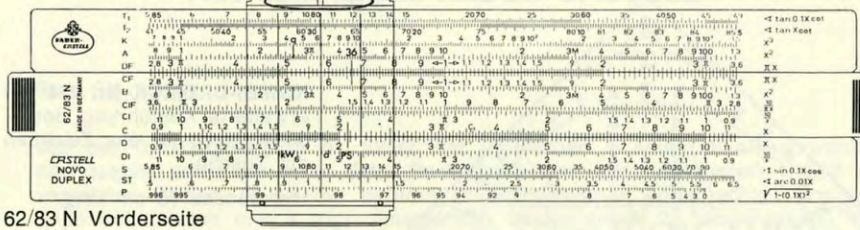


Skalenbild:

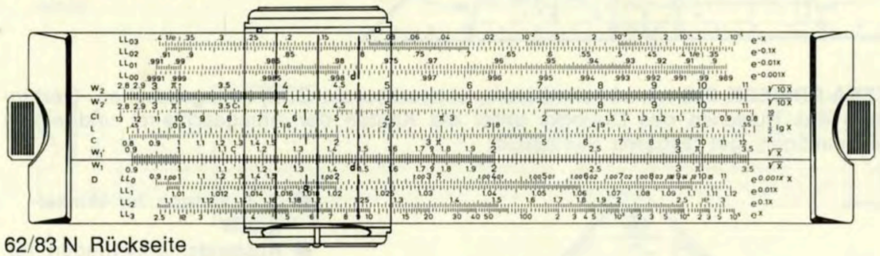
- Schräge für Normschrift
- Linienmarkierung für Normschrift (Mikronorm)
- Hilfsskalen zum Parallelenziehen im mm-Abstand
- Maß- und Schnittpfeile
- 8 mm Maßlinie von der Körperkante
- Markierung des 45°-Winkels
- Aussparung für Prüfmaße
- Kreis für Einzelheit

- Abstandsmakierungen für Schraffur 1,5; 3; 5 und 10 mm
- Winkel für dimetrische Projektion DIN 5 1:1:0,5
- Teilung der Winkelgrade
- Lotlinien
- Maßskala
- Gruppe für Bearbeitungszeichen (Mikronorm)

Hypotenuse 25 cm lang.



62/83 N Vorderseite



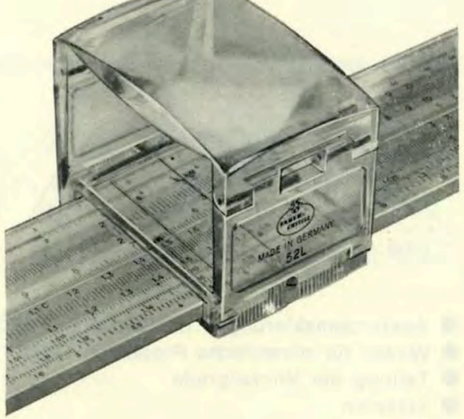
62/83 N Rückseite

Zwei Erfolgsrechenstäbe als Taschenmodelle: CASTELL-DUPLEX 62/82 N und CASTELL-NOVO-DUPLEX 62/83 N

Die Rechenstäbe Castell-Duplex 2/82 N und Castell-Novo-Duplex 2/83 N gibt es nun auch besonders formatgünstig und handlich. Als **Taschenmodelle** Castell-Duplex 62/82 N und Castell-Novo-Duplex 62/83 N. Ingenieure, Techniker, Architekten, die abseits vom Reißbrett mit Zahlen operieren, brauchen für unterwegs praktische Taschenrechenstäbe, die den fachlichen Anforderungen genügen. Die Skalenanordnungen entsprechen genau dem Teilungsbild der Rechenstäbe Castell-Duplex und Castell-Novo-Duplex mit 25 cm Teilungslänge.

52 L

Aufsteckbare Klapplupe für
Castell-D-Stab 52/82
Castell-Novo-Mentor 52/81
Castell-Mentor 52/80
aus Plexiglas, stabil, mit 2facher Vergrößerung über die gesamte Läuferfläche, leicht aufsteckbar, auf beiden Rechenstabseiten zu verwenden.



2 N L

Ausführung wie 52 L
jedoch für die Rechenstäbe
Castell-Duplex 2/82 N und
Castell-Novo-Duplex 2/83 N.

Abgenommen auch als Vergrößerungsglas für andere Zwecke (Briefmarkenlupe, Fadenzähler usw.) verwendbar.